

מבוא לסטטיסטיקה א

פרק 20 - רוח סマー להפרש תוחלות (ממוצעים) במדגים בלתי תלויים

תוכן העניינים

- 1.....
1. כישרונות האוכלוסייה ידועות
- 3.....
2. כישרונות האוכלוסייה לא ידועות ובהנחת שוויון שוניות
- 5.....
3. כישרונות האוכלוסייה לא ידועות והמדגים גדולים.

כשונות האוכלוסייה ידועות:

רקע:

המטרה היא לאמוד את פער התוחלות: $\mu_2 - \mu_1$, כולם ההבדלים של הממוצעים בין שתי האוכלוסיות.

האומד נקודתי: $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$.

התנאים לבניית רוח סמך:

1. σ^2_1, σ^2_2 ידועות.

2. $X_1, X_2 \sim N(n_1, n_2 > 30)$ או

3. שני מוגדים בלתי תלויים.

$$\text{רוח סמך: } (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma^2_1}{n_1} + \frac{\sigma^2_2}{n_2}}$$

אם הערך אפס נופל בגבולות רוח סמך נגיד שבביטחון של $\alpha-1$, לא קיים הבדל בין התוחלות.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

נדגמו 100 תושבים מאזור A והמשכורת הממוצעת הייתה ש 9200 ₪. כמו כן נdagמו 120 תושבים מאזור B וממוצע המשכורות שהתקבל ש 8700 ₪. לצורך פתרון נניח שטיטית התקן של המשכורות באוכלוסיות שני האזוריים היא 1800 ₪. אמדנו ברמת סמך של 90% את הפרש השכר הממוצע בין אזור A לאזור B.

שאלות:

- 1)** מעוניינים לבדוק האם קיים הבדל בין ממוצע ציוני הפסיכומטרי של חילילים לממוצע ציוני הפסיכומטרי של תלמידי תיכון. ידוע שצינוי הפסיכומטרי מתפלג עם נורמלilit עס טיטית תקן 100. במדגם של 16 נבחנים חילילים התקבל ממוצע 543. במדגם של 20 תלמידי תיכון התקבל ממוצע 508. בנו רוח סמך לפער תוחלות הצינויים בין חילילים לתלמידי תיכון ברמת סמך של 90%. מה ניתן להסיק מרווח סמך זה?
- 2)** צינוי IQ מתוכנים כך שיתפלגו נורמללית עם סטיטית תקן של 15. במדגם של 20 נבחנים ישראלים התקבל ממוצע צינויים 104. במדגם של 23 נבחנים אמריקאים התקבל ממוצע צינויים 99.
- א. בנו רוח סמך ברמת סמך של 95% לפער בין ישראל לארה"ב בממוצע הצינויים בבחן IQ-ו.
- ב. האם קיים הבדל בין ישראלים אמריקאים מבחינת ממוצע הצינויים?
- 3)** חברה להנדסת בנין מעוניינת להשוות ברמת הקשיות של שני סוגי ברגים. ידוע שרמת הקשיות של ברגים מתפלגת נורמלית עם סטיטית תקן של 4 יחידות. במדגם של 15 ברגים מסווג א' התקבל רמת קשיות ממוצעת של 28 יחידות ובמדגם של 12 ברגים מסווג ב' התקבל רמת קשיות ממוצעת של 25. עברו אילו רמות בטחון יקבע שאיו הבדל בין שני סוגי הברגים מבחינת ממוצע רמת הקשיות שלהם?

תשובות סופיות:

- (1) (-20,90).
- (2) א. $\mu_2 - \mu_1 < 3.99$.
- ב. לא נוכל לטעון בביטחון של 95% שקיימים הבדל בין ישראל לארה"ב.
- (3) רמות בטחון הגבוחות מ-0.9476.

כשונות האוכלוסייה לא ידועות ובהנחה שוויון שונויות:

רקע:

המטרה היא לאמוד את פער התוחולות: $\mu_2 - \mu_1$, כລומר ההבדלים של הממוצעים בין שתי האוכלוסיות.

האומד נקודתי: $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$.

התנאים לבניית רוח סמך:

$$\cdot \sigma^2_1 = \sigma^2_2 \cdot 1$$

$$\cdot X_1, X_2 \sim N \cdot 2$$

3. מוגדים בلتוי תלויים.

השונות המשוקלلت: כיון שאנו מניחים שבין שתי האוכלוסיות השונות שווות אנו אומדים את השונות הזו על ידי שקולן שתי השונות של שני המוגדים על ידי

$$\text{הנוסחה הבאה: } S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

דרגות החופש: $d.f = n_1 + n_2 - 2$

$$\text{רוח סמך: } (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}}^{n_1+n_2-2} \cdot \sqrt{\frac{S_p^2}{n_1} + \frac{S_p^2}{n_2}}$$

אם הערך אפס נופל בגבולות רוח סמך נגד שבביטחון של $\alpha - 1$, לא קיים הבדל בין התוחולות.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

מחקר מעוניין לבדוק האם קיים הבדל בין תל אביב לברק שבע מבחן הכנסה הממוצעת של אקדמיים. להלן תוצאות המוגדים שנעשה:

טל אביב	ברק שבע	מספר האקדמאים
20	10	
11,000	9500	ממוצע הכנסות של אקדמאים
200	250	סטיית התקן של הכנסות אקדמיים

בנו רוח סמך ברמת ביטחון של 90% להפרש תוחולות הכנסה בשני האזוריים. הניחו שהשכר מתפלג נורמלית עם אותה שוננות בכל אחד מהאזורים.

שאלות:

- 1) נדגמו 15 ישראלים ו-15 אמריקאים. כל הנדגמים נגשו ל מבחן IQ.
להלן תוצאות המדגמים:

ארה"ב	ישראל	המדינה
15	15	גודל המדגם
1470	1560	סכום הציונים
147,560	165,390	סכום ריבועי הציונים

מצאו רוח סמך ברמת סמך של 95% לסתיטה בין ממוצע הציונים בישראל לממוצע הציונים בארה"ב. רשמו את כל הנקודות הדרושים לצורך פתרון התרגילים.

- 2) להלן 4 תוצאות על משתנה X שמתפלג: $N(\mu_x, \sigma^2)$, ומשתנה Y שמתפלג: $N(\mu_y, \sigma^2)$.

X	22	20	21	25
Y	18	25	17	12

חשבו רוח סמך ל- $\mu_x - \mu_y$ ברמת הסמך 90%, בהנחה שני המדגמים בלתי תלויים.

תשובות סופיות:

- 1) הנקודות:

1. השונות שווה.
2. שהציונים מתפלגים נורמלית.
3. המדגמים אינם תלויים זה בזה.
 $-5.52 < \mu_1 - \mu_2 < 17.52$
 $-9.6 < \mu_y - \mu_x < 1.6$ (2)

כשונותיות האוכלוסייה לא ידועות והמוגדים גדולים:

רקע:

המטרה היא לאמוד את פער התוחולות: $\mu_2 - \mu_1$, כלומר ההבדלים של הממוצעים בין שתי האוכלוסיות.

האומד נקודתי: $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$.

התנאים לבניית רוחח הסמך:

1. מוגדים גדולים.

2. מוגדים בלתי תלויים.

$$\text{רווח סמך} : (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm Z_{\frac{1-\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

אם הערך אפס נופל בגבולות רוחח הסמך נגיד שבביטחון של $\alpha-1$, לא קיים הבדל בין התוחולות.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

יבואן רכב מעוניין להשוות בין רכבים יפנים לעומת אמריקאים מבחינה תצורך הדלק שלהם. נדגמו 40 רכבים מכל סוג. לכל רכב נבדק כמות הק"מ שהמכונית נסעה עבור 1 ליטר דלק בmahירות של 100 קמ"ש. התוצאות שהתקבלו במדגם הם: ברכבים היפנים ממוצע 12.5 עם סטיית תקן 1.5 וברכבים האמריקאים המוצע 11.3 עם סטיית תקן של 1.4.

א. בנו רוחח סמך ברמת סמך של 95% לפער הממוצעים של צריית הדלק של מכוניות יפניות לעומת אמריקאיות.

ב. האם על סמך רוחח הסמך ניתן לקבוע שקיים הבדל בין שני סוגי הרכבים מבחינת צריית הדלק?

שאלות:

- 1)** במדגם של 45 תלמידים הלומדים משפטים התקבל ששבועם לומדים בממוצע 4 שעות עם סטטיסטית תקן 2 שעות מעבר לשעות הלימוד בכיתה. במדגם של 55 תלמידים הלומדים הנדסה התקבל ששבועם לומדים בממוצע 10 שעות עם סטטיסטית תקן של 3 שעות.
- א. אמדדו את הפרש ממוצעיו שעות הלמידה של סטודנטים למשפטים לעומת סטודנטים להנדסה ברמת בטיחון של 90%.
- ב. האם קיימים הבדלים בין סטודנטים למשפטים ולסטודנטים להנדסה מבחינת ההשकעה שלהם מעבר לשעות הלימוד בכיתה?
- 2)** מחקר טוען שאנשים החיים במרכז הארץ צופים בממוצע בטלוויזיה יותר מאשר לא חיים במרכז. נדגמו 100 אנשים מהמרכז ו-107 אנשים לא מהמרכז. אנשים אלו נשאלו כמה שעות ביום הם נוהגים לצפות בטלוויזיה. במדגם של מרכז הארץ התקבל ממוצע 2.7 שעות וסטטיסטית תקן של 0.7 שעות. במדגם של מזרחה הארץ התקבל ממוצע 1.8 שעות וסטטיסטית תקן של 1.1 שעות. מצאו רוח סמך לפער בין ממוצע שעות הצפייה בטלוויזיה בין שני האזורים בביטחון של 95%.

תשובות סופיות:

- 1)** א. $\mu_1 - \mu_2 < -5.17$. ב. כן.
- 2)** כן, בביטחון של 90% סטודנטים להנדסה לומדים יותר מסטודנטים למשפטים.